Rapport sur l'épreuve de Mathématiques MP2 (problème) 2016

Présentation du sujet

L'épreuve a une durée de 3 heures et consiste en un problème. le but du problème 2016 est une démonstration du théorème de Bohr-Mollerup. Ce résultat donne une caractérisation de la fonction Γ comme l'unique fonction F définie sur $\mathbb{R}^{+*}$ vérifiant les trois conditions :

- $F(1) = 1$,
- $\forall x \in \mathbb{R}^{+*}, F(x+1) = xF(x)$,
- F est logarithmiquement convexe.

Ce sujet permettait d'aborder les théorèmes classiques d'analyse du programme (Théorème de Rolle, théorème des valeurs intermédaires, études de fonctions, intégration par parties, convergence des intégrales, régularité d'une fonction définie par une intégrale ...) et plus particulièrement ce qui concerne les fonctions convexes dans le programme.

Commentaire général de l'épreuve et analyse générale

Le sujet se voulait progressif et débute par des questions très élémentaires.

- La première partie rassemble quelques propriétés des fonctions convexes.
- Les parties II et III sont consacrées à la justification de la définition de la fonction Γ et son caractère C^2.
- Dans la partie IV, on étudie la fonction Γ.
- La partie V donne un critère de ln-convexité qui permet de justifier la ln-convexité de la fonction Γ.
- La partie VI est consacrée au théorème de Bohr-Mollerup.

Analyse des résultats

L'épreuve a été traitée par 2340 candidats. Les notes se sont étalées entre 0 et 20 avec une moyenne de 9,87 et un écart-type de 4,36.

De très nombreux candidats ont traité une partie significative du problème. Quelques uns ont même su mener le problème jusqu'au bout de façon pertinente. Néanmoins, les correcteurs déplorent généralement un certain manque de rigueur: des démonstrations par récurrence non explicitées, la trop fréquente non vérification des hypothèses pour appliquer un théorème, des limites et inégalités non justifiées, et une certaine méconnaissance du cours, en particulier sur le théorème de dérivation d'une intégrale à paramètre. Si les méthodes de comparaison pour justifier la convergence d'une intégrale semblent théoriquement connues, la pratique montre des lacunes, soit parce que la relation de comparaison est fausse, soit parce qu'on ne justifie pas la comparaison.

La présentation des copies est le plus souvent satisfaisante, mais il reste encore des copies écrites sans soin ou rédigées de façon désinvolte. Attention à l'accumulation de fautes d'orthographe ou aux abus d'abréviation.

Conseil aux futurs candidats

- Prenez votre temps, lisez l'énoncé. Réflechissez à la cohérence du sujet.
- Ne négligez pas les questions élémentaires, ni les questions de cours. Ces questions jouent un rôlet significatif dans l'évaluation finale.
- Justifiez tous vos résultats. Evitez les récurrences "triviales", des inégalités appliquées sans explication, des calculs non détaillés ; si l'argumentation est facile à donner, il faut le faire. Soignez la logique de vos démonstrations, les égalités, les démonstrations par équivalence. Il en est tenu compte dans l'évaluation des copies, la précision et la rigueur sont des compétences appréciées dans cette épreuve.