

Axiomatique des groupes

Exercice 1 - Minimisation des axiomes d'un groupe - *Math Sup* - ★★★

Soit $x \in G$, d'inverse à droite x' . $x'x$ est un élément de G , il possède donc un inverse à droite que l'on note z . On a donc :

$$x((x'x).z) = x \implies (xx')x.z = x \implies e.x.z = x,$$

par associativité de la loi. On multiplie ensuite à droite par x' , pour trouver :

$$(x'x)z = x'x \implies e = x'x.$$

On en déduit ensuite que e est aussi neutre à gauche, car si x est dans G ,

$$ex = (xx'x) = xe = x,$$

où on a encore utilisé l'associativité de la loi et le fait que e est un inverse à droite.